

Carteras de largo plazo como alternativa de inversión en los recursos de los futuros pensionados mexicanos

*Héctor Alonso Olivares Aguayo**

(Recibido: diciembre 2021/Aceptado: mayo 2022)

Resumen

El objetivo de este trabajo de investigación es proponer la alternativa de inversión de los recursos de los trabajadores mexicanos en activo y futuros pensionados, en carteras de largo plazo diversificadas en los principales índices sectoriales invertibles de rendimiento total. Se compara el modelo clásico de Markowitz con una adecuación más robusta mediante modelos de cópulas elípticas con volatilidad GARCH considerando correlación de Pearson y Kendall con horizonte intertemporal a uno y dos años con datos diarios en el periodo 2009-2018. Los resultados de esta investigación, después del análisis de 30 carteras de inversión muestran que en inversiones a dos años se obtuvieron siempre rendimientos superiores a los esperados para cualquier tipo de cartera analizada, mientras que para inversiones a un año, las pérdidas obtenidas no superaron el umbral establecido como Valor en Riesgo a los niveles de confianza de 95%, 99% y 99.9%. Dado que los mejores resultados empíricamente observados para las variables de estudio son de largo plazo, se recomienda que los recursos de los futuros pensionados mexicanos puedan ser invertidos en la BMV, ya que los índices tienden a subir en el largo plazo. Como limitación se tiene que los modelos cópula propuestos son de sustento elíptico, es decir son simétricos. La originalidad del trabajo es la propuesta de inversión de los recursos en los índices propuestos en el largo plazo, pues la CONSAR reporta inversiones trimestrales de corto plazo con algunas pérdidas significativas. Se concluye que es viable invertir en el largo plazo los recursos de los futuros pensionados en los índices sectoriales invertibles de rendimiento total.

Palabras clave: teoría de carteras, índices sectoriales invertibles de rendimiento total, teoría de cópulas, Modelos GARCH.

Clasificación JEL:

* Universidad La Salle, Facultad de negocios. Correo electrónico: hectoralonso.olivares@lasalle.mx

Long-term portfolios as an investment alternative in the resources of future Mexican pensioners

Abstract

The objective of this research work is to propose the alternative to investment the resources of active Mexican workers and future pensioners, in long-term portfolios diversified in the main invertible sectorial indices of total return. The traditional Markowitz model is compared with a more robust adaptation using elliptical copula models with GARCH volatility considering Pearson and Kendall correlation with intertemporal horizon at one and two years with daily data in the period 2009-2018. The results of this research, after analyzing 30 investment portfolios, show that in two-year investments, returns were always higher than those expected for any type of portfolio analyzed, while for one-year investments, the losses obtained did not exceed the threshold established as Value at Risk at the 95%, 99% and 99.9% confidence levels. Given that the best empirically observed results for the study variables are long-term, it is recommended that the resources of future Mexican pensioners can be invested in the BMV, since the indices tend to rise in the long term. As a limitation, the proposed copula models have elliptical support, that is, they are symmetrical. The originality of the work is the investment proposal of the resources in the proposed indices in the long term, since the CONSAR reports short-term quarterly investments with some significant losses. It is concluded that it is feasible to invest in the long term the resources of the future pensioners in the invertible sector indices of total return.

Key words: portfolio theory, invertible sector indices of total return, copula theory, GARCH Models.

JEL classification:

1. Introducción

Brindar protección y certeza en los recursos de los futuros pensionados, es una problemática real a resolver, sin embargo, no es tarea sencilla. Es por ello que se deben de proponer alternativas, que busquen lograr el bienestar económico de los trabajadores en activo, cuando lleguen a la edad de retiro, pues tienen el derecho de disfrutar de una pensión digna y de calidad. Para ello, en este trabajo de investigación se propone que los recursos financieros puedan ser invertidos en instrumentos de largo plazo, como son los índices, en particular, la propuesta se basa en los principales índices sectoriales invertibles de rendimiento total, mediante la diversificación de carteras de la forma clásica y con una adecuación

vía modelos cópulas elípticas con volatilidad GARCH, considerando dos tipos distintas de correlación Pearson y Kendall a diferentes niveles de riesgo y rendimiento esperado y diferentes plazos (uno y dos años), comparando los resultados obtenidos con el S&P BMV/IPC, el cual es el principal índice del mercado mexicano. El objetivo de este trabajo de investigación es mostrar que en el largo plazo es posible obtener rendimientos superiores a los esperados para los futuros pensionados, bajo la hipótesis de que los modelos robustos propuestos con coeficiente de correlación de Kendall, consideran menores niveles de riesgo, respecto a los modelos con coeficiente de correlación de Pearson, entre ellos se encuentra el modelo clásico, el cual actualmente es usado por la Comisión Nacional del Sistema del Ahorro para el Retiro (CONSAR), pero la diversificación no considera a los índices sectoriales invertibles de rendimiento total.

A partir del año 2009 la Bolsa Mexicana de Valores (BMV), cuenta con una clasificación sectorial; la cual se conforma por los sectores de: Energía, Materiales, Industrial, Bienes de Consumo no Básico, Consumo, Salud, Financiero, Tecnología de la Información, Telecomunicaciones, y Servicios Públicos. De los cuales para conformar las carteras, únicamente en esta investigación se consideran los principales índices sectoriales invertibles de rendimiento total: Financiero, Materiales, Industrial, y Consumo.

La relevancia de este trabajo de investigación es que muestra un comparativo de carteras a través de los resultados del modelo clásico respecto a los que consideran una adecuación más robusta a través de una cópula elíptica con volatilidad GARCH, la cual captura de mejor manera las características no lineales en el comportamiento de los índices sectoriales invertibles de rendimiento total, particularmente cuando se considera la correlación de Kendall.

El trabajo está conformado de la siguiente manera, en la siguiente sección, se presenta la revisión de la literatura, posteriormente se muestra la metodología usada, enseguida se muestran los resultados obtenidos, y finalmente la conclusión y discusión del trabajo de investigación.

1. Revisión de la literatura

Los modelos con cópulas principalmente analizan la dependencia que hay entre variables aleatorias, respecto a la dependencia de cola en series financieras Alqaralleh *et al.* (2019), realizan un estudio de volatilidad en los precios del Mercado de Valores a diferentes horizontes temporales, y muestran que la asimetría de la distribución puede modelarse con una cópula que considera un modelo econométrico EGARCH. Denkowska y Wanat (2020) implementan un modelo híbrido para el análisis de dinámicas de interrelaciones basado en la combinación del modelo cópula a través del modelo econométrico GARCH y árboles

de expansión mínima. Mientras que trabajos referentes a estructuras de dependencia Hamma *et al.* (2019, consideran una estrategia de cobertura óptima en las reservas del petróleo, donde la cópula Gumbel es el mejor modelo. Li *et al.* (2019, analizan la estructura de dependencia entre el Mercado de Valores chino y el tipo de cambio RMB mostrando que en periodo de crisis se tienen rupturas estructurales significativas. Liao *et al.* (2019, usan cópulas racimo considerando modelos GARCH para medir la dependencia entre el precio de las acciones y el petróleo para los países del G7 y los BRICS, mostrando una dependencia positiva y significativa. Chang *et al.* (2020 mediante modelos cópula con volatilidad GARCH, modelan los derechos de emisión de China y los mercados energéticos, los resultados muestran heterogeneidad regional significativa. Al tiempo que, Joseph *et al.* (2020, estudian el contagio en torno a la crisis financiera mundial y los periodos de crisis de la Eurozona usando modelos bivariados de corrección de errores para los vectores estimados considerando el modelo GARCH (1,1, mostrando que la cópula Clayton es la que mejor se ajusta en la dependencia extrema.

Sobre modelos dinámicos Chen y Qu (2019, examinan el efecto de apalancamiento y correlación dinámica con cópula entre el petróleo crudo y los metales preciosos de China. El principal hallazgo muestra que la volatilidad del petróleo crudo internacional y los metales preciosos de China tienen un efecto de apalancamiento. Mientras que Li *et al.* (2020, proponen un modelo de cópula dinámica a través del modelo econométrico ARIMA con GARCH. Proporcionando intervalos de error de pronóstico más precisos.

Badaye y Narsoo (2020, analizan el desempeño de diversos modelos VaR y C-VaR para evaluar el riesgo de una cartera equiponderada de alta frecuencia (datos intradía para cinco monedas extranjeras. La estructura de dependencia es modelada a través de cópulas usando la simulación Monte Carlo. Aplicando backtesting se tiene que 4 de las 5 monedas son estadísticamente significativas con un 95% de confianza. Los mejores resultados para el VaR y C-VaR se obtienen con la cópula *t-student* y Clayton. Handini *et al.* (2019, miden el VaR a través de la cópula Frank con volatilidad GARCH en los rendimientos BBRI, TLKM y UNVR, encontrando que para la cartera bivariada TLKM y UNVR su correlación del tipo rho de Spearman es la más alta. Lin *et al.* (2019, proponen una cópula con volatilidad GARCH que conjunta los riesgos de liquidez y mercado en bonos corporativos, los mejores resultados se tienen con la cópula *t-student*. Por su parte, Song *et al.* (2019, proponen pronosticar el VaR de los G20 sin Unión Europea en los periodos pre, durante y post crisis 2008 con un modelo cópula factorial. Mostrando que durante la crisis, los países con coeficientes más elevados tienden a tener una pérdida mayor que otras.

Algunas investigaciones sobre cobertura, se pueden apreciar en Louhichi y Rais (2019, quienes muestran que la cópula con volatilidad GARCH mejora

el modelo convencional y la efectividad de la cobertura, lo cual es útil para los administradores de riesgos, quienes están deseosos en encontrar las mejores estrategias de cobertura de riesgos a los que se encuentran expuestos. Xu y Lien (2020) aplican modelos GAS a la cobertura de futuros de petróleo crudo y gas natural, usando cópulas variantes en el tiempo con volatilidad GARCH y a través de un análisis con Mínimos Cuadrados Ordinarios, muestran que los modelos GAS brindan una mejor efectividad de cobertura que otras estrategias, en particular para el gas natural.

En la medición del riesgo de cola Gong *et al.* (2019), proponen una distribución con cópula *t-student* y volatilidad GARCH, analizando la dependencia de cola y del riesgo en las carteras para los mercados de futuros del petróleo crudo. Empíricamente muestran que los futuros del petróleo crudo Brent y WTI tienen valores atípicos, colas gruesas y una volatilidad persistente, que son adecuadas para el modelo propuesto. Happersberger *et al.* (2020), pronostican el riesgo de las carteras para administrar estrategias dinámicas de protección del riesgo de cola, a través de Teoría de Valores Extremos (TVE) con cópula que considera volatilidad GARCH, usan una función de pérdida por encima del VaR para modelar la cola izquierda de la distribución de los rendimientos de la cartera.

En cuanto al riesgo extremo Zhu y Tansuchat (2020), calculan las medidas de riesgo VaR y CVaR con una cópula que considera volatilidad GARCH. Encontrando que los efectos de derrame de riesgo a la alza o a la baja entre las variables son estadísticamente significativas, especialmente en periodos de crisis financieras. Sun, *et al.* (2020), trabajan con un enfoque de cópula con volatilidad GARCH y determinan el C-VaR, para medir los efectos de riesgo extremo en el mercado de productos básicos del mercado marítimo. La evidencia empírica muestra la transmisión del riesgo en el sector petrolero y energético a los mercados marítimos.

2. Metodología

2.1 Modelo de Markowitz

La contribución de Markowitz (1952) es la diversificación de activos en carteras de inversión óptimas, como se muestra a continuación.

$$\text{minimizar } \sigma_c^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} = (w_1, w_2, \dots, w_n) \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \dots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \dots & \sigma_n^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{pmatrix}$$

sujeto a:

$$\bar{R}_c = \sum_{i=1}^n w_i \bar{R}_i, \quad \sum_{i=1}^n w_i = 1, \quad w_i \geq 0$$

Con:

$$\sigma_c = \pm \sqrt{\sigma_c^2} \quad (1)$$

$\bar{R}_c$: rendimiento esperado de la cartera c .

c : cartera de activos.

w_i, w_j : ponderación para el activo i -ésimo o j -ésimo respectivamente.

$\bar{R}_i$: rendimiento esperado del activo i -ésimo.

n : número de activos.

σ_c^2 : varianza de los rendimientos de la cartera c .

σ_c : riesgo de la cartera de activos.

σ_{ij} : matriz de varianzas y covarianzas de los rendimientos de los activos i y j .

Investigaciones futuras, extienden el modelo de Markowitz, por ejemplo: Sharpe (1963) y (1970), Tobin (1958), Lintner (1966), Treynor (1962) y Mossin (1966), incorporando un activo libre de riesgo.

$$\bar{R}_c = rf + \left(\frac{\bar{R}_m - rf}{\sigma_m} \right) * \sigma_c \quad (2)$$

$$\bar{R}_c = rf + \beta_i (\bar{R}_m - rf) \quad (3)$$

rf : Rendimiento del activo libre de riesgo;

$\bar{R}_m$: Rendimiento esperado del mercado;

σ_m : Riesgo del mercado;

β_i : Beta del activo i -ésimo.

Los activos poco volátiles o de bajo riesgo tienen valores de betas menores a uno; es decir este tipo de activos son de interés para los inversionistas con perfil de riesgo conservador, mientras que los que tienen un perfil de riesgo agresivo, eligen activos con betas mayores a uno, es decir activos de alta volatilidad.

Para hallar la cartera óptima tangente a la frontera eficiente de Markowitz lo que se debe de modificar respecto a la cartera de mínima varianza es que ahora la función objetivo a maximizar es el Sharpe ratio (SR) el cual se expresa de la forma siguiente.

$$SR = \frac{\bar{R}_c - rf}{\sigma_c} \quad (4)$$

Es importante decir, que en el modelo clásico, tanto la cartera de mínima varianza como la de máximo Sharpe ratio e incluso la equiponderada, consideran un coeficiente de correlación lineal de Pearson, descrito e interpretado de la siguiente manera.

$$-1 \leq \rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j} \leq 1 \quad (5)$$

Si $\rho_{ij} = 1$, con $i \neq j$, la correlación es directa, significa que cuando el precio de una acción sube, el precio de la otra acción también subirá y viceversa.

Si $\rho_{ij} = 0$, con $i \neq j$, no existe correlación lineal en el comportamiento de los activos, por lo que se desconoce el comportamiento de un activo respecto a otro.

Si $\rho_{ij} = -1$, con $i \neq j$, la correlación es inversa, significa que cuando el precio de una acción baja, el precio de la otra acción subirá y viceversa.

Para medir la máxima pérdida que puede tener la cartera, considerando un cierto nivel de confianza en un horizonte de tiempo determinado, se tiene el umbral del Valor en Riesgo paramétrico como se muestra en Olivares, *et al.* (2017).

$$VaR_z^{(1-\alpha)\%} = Z_{(1-\alpha)\%} \left\{ (w_1, w_2, \dots, w_n) \begin{bmatrix} \sigma^2_1 & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma^2_2 & \dots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \dots & \sigma^2_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} * t \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

Donde:

σ_{ij} : Varianza entre los rendimientos de los activos i y j si $i = j$ o bien Covarianza si $i \neq j$.

$Z_{(1-\alpha)\%}$: Cuantil de una distribución gaussiana con nivel de confianza de $(1-\alpha)\%$;

α : Nivel de significancia, $0 \leq \alpha \leq 1$;

t : Horizonte temporal.

Para romper el supuesto de volatilidad constante, es necesario incorporar a las carteras modelos GARCH. Los modelos ARCH se deben a Engle (1982) y su generalización a Bollerslev (1986). Una aplicación de estos modelos se puede apreciar en Duan (1995). Engle *et al.* (1987), suponen que el premio al riesgo aumenta dependiendo de la varianza condicional del error.

El modelo ARCH-M (p, q) considera la varianza condicional como un modelo GARCH dado por.

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{j=1}^q \alpha_j \varepsilon_{t-j}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \mu_{t-j}^2 \quad (7)$$

En particular, en este trabajo de investigación se hace uso del modelo GARCH con errores distribuidos de forma gaussiana o *t-student*. Una vez obtenida la varianza condicional de ambos modelos se saca su raíz cuadrada para conseguir así la desviación estándar (volatilidad) ajustada que será utilizada

en la conformación de las matrices de varianzas y covarianzas que se utilizarán después, para la conformación de carteras no clásicas.

2.2 Cópulas elípticas (gaussiana y *t-student*)

Según Sklar (1959, establece con base en su teorema que si una función de distribución $F(\cdot)$ de dimensión n , con funciones de distribución marginales continuas $F_1(\cdot), \dots, F_n(\cdot)$, existe una cópula de dimensión n , es decir $C:[0,1]^n \rightarrow [0,1]$, tal que:

$$F(x_1, \dots, x_n) = C(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)) \quad (8)$$

Las funciones cópula usadas en este trabajo de investigación son elíptica bivariadas, compuestas únicamente por dos distribuciones marginales.

La cópula gaussiana es una distribución gaussiana multivariada. Para el caso bivariado Φ denota la función de distribución gaussiana y $\Phi_{\rho,2}$ denota la función de distribución gaussiana estándar bidimensional con matriz de correlación ρ .

$$C_{\rho,2}(u_1, u_2) = \Phi_{\rho,2}(\Phi^{-1}(u_1), \Phi^{-1}(u_2)) \quad (9)$$

La cópula *t-student* es una distribución *t-student* multivariada. Para el caso bivariado T denota una función de distribución *t-student* y $T_{2,\rho,v}$ denota la función de distribución *T* bidimensional con v grados de libertad y matriz de correlación ρ .

$$C_{2,\rho,v}(u_1, u_2) = T_{2,\rho,v}(T_v^{-1}(u_1), T_v^{-1}(u_2)) \quad (10)$$

Las cópulas dependen de un vector θ de parámetros que miden la dependencia entre las funciones de distribución marginales.

Si x_1 y x_2 son variables aleatorias con funciones de distribuciones marginales continuas $F_1(\cdot)$ y $F_2(\cdot)$ respectivamente, con función de distribución conjunta $F(\cdot)$. Los modelos de dependencia, para el coeficiente de correlación ρ de Pearson y τ de Kendall en términos de la cópula para $F(\cdot)$ se muestran a continuación.

$$\rho(x_1, x_2) = \frac{\int_0^1 \int_0^1 [C(u_1, u_2) - u_1 u_2] dF_1(u_1) dF_2(u_2)}{\sigma(x_1)\sigma(x_2)} \quad (11)$$

$$\tau(x_1, x_2) = 4 \int_0^1 \int_0^1 C(u_1, u_2) dC(u_1, u_2) - 1 \quad (12)$$

Si (x_1, x_2) se expresan como una cópula elíptica bivariada, la τ de Kendall viene dada por:

$$\tau(x_1, x_2) = \frac{2}{\pi} \text{sen}^{-1}(\rho) \quad (13)$$

por lo que:

$$\rho = \text{sen}\left(\frac{\pi\tau}{2}\right) \quad (14)$$

para este trabajo de investigación se estiman los parámetros para las cópulas elípticas bivariadas a través de máxima log-verosimilitud, la cual se define así.

$$l(\theta) = \sum_{j=1}^2 \ln \{C[F_1(x_{j,1}), F_2(x_{j,n})]\} + \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^2 \ln [f_i(x_{j,i})] \quad (15)$$

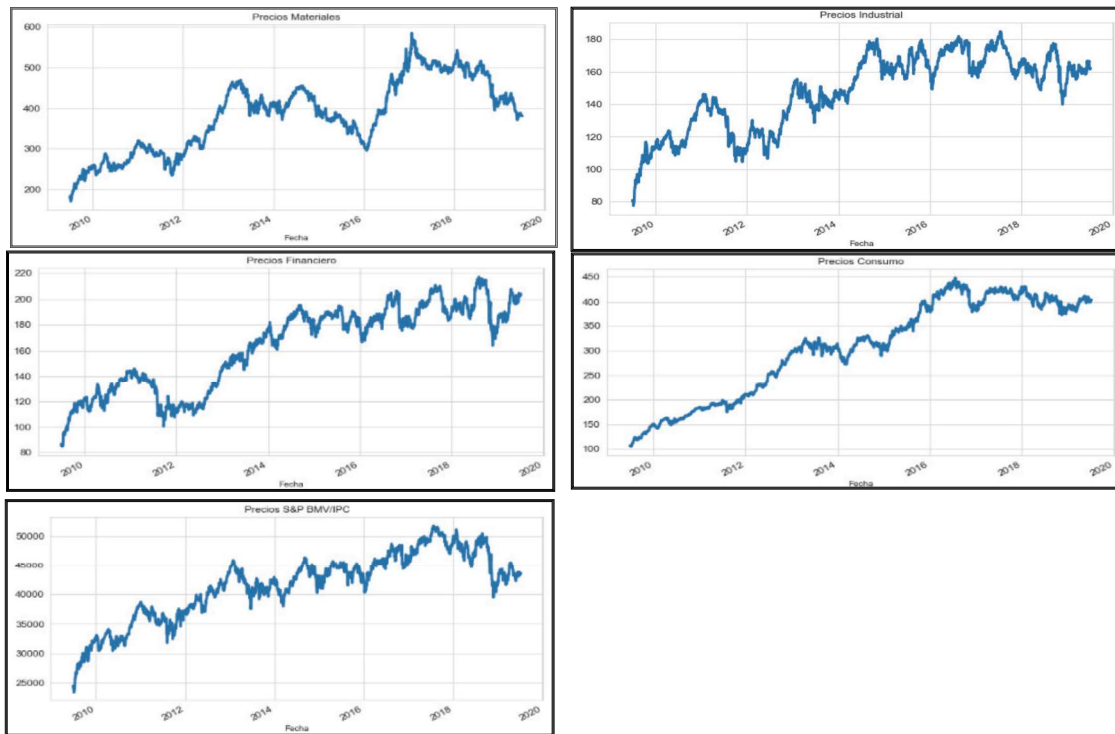
Al ser maximizada la función de log-verosimilitud, se obtiene el estimador $\hat{\theta}$ de máxima verosimilitud.

$$\hat{\theta} = \max_{\theta \in \Theta} l(\theta) \quad (16)$$

3. Análisis de resultados

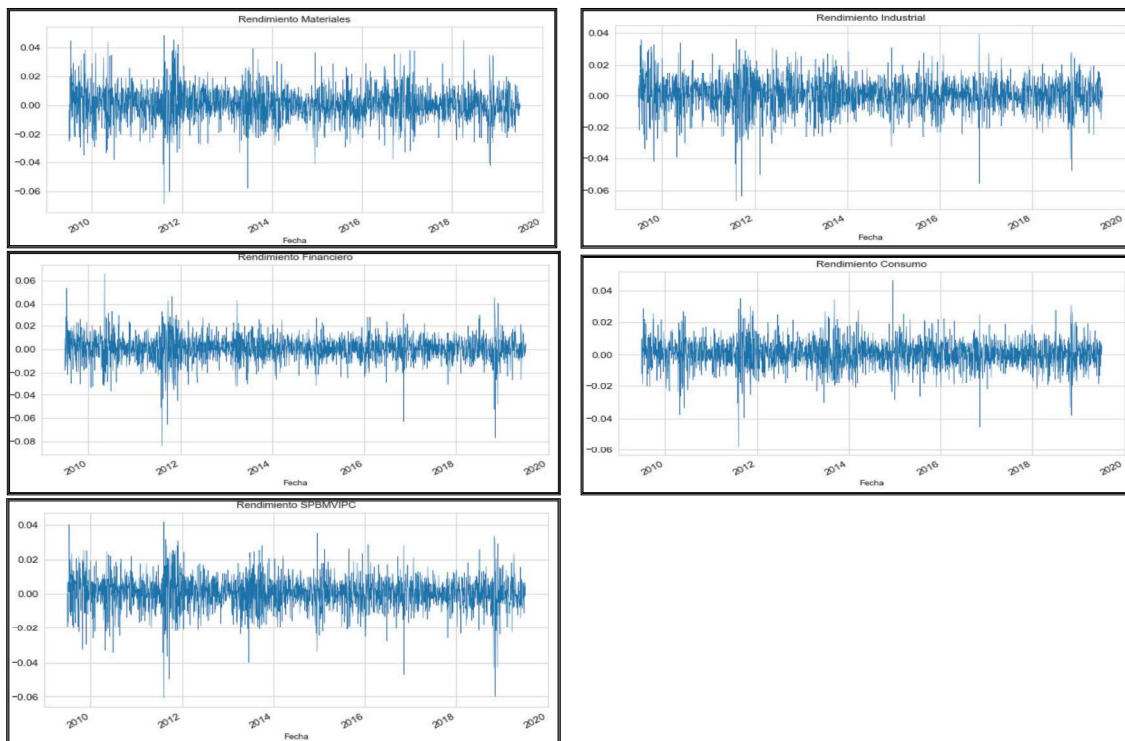
En esta investigación se trabajó con rendimientos históricos diarios de los índices sectoriales invertibles de rendimiento total y del S&P/BMV IPC, considerando el periodo que abarca del primero de julio de 2009 al ocho de julio de 2019 (2520 observaciones). Se estiman las matrices de correlación y de varianzas y covarianzas a un año y dos años, con distintos parámetros de correlación de Pearson y Kendall, después de obtener los resultados con base al modelo clásico, se replica la metodología pero mediante el ajuste vía cópula elíptica con volatilidad GARCH. Después se construyen las carteras equiponderadas, de mínima varianza, y de máximo Sharpe ratio, analizando su VaR a los niveles de confianza del 95%, 99% y 99.9% de confianza.

En la figura 1 se observa el comportamiento de los precios de cierre de los componentes de las carteras y del S&P/BMV IPC, y en la figura 2 se aprecian los rendimientos.



Fuente: elaboración propia en Python.

Figura 1
Precios de cierre diarios de los principales índices sectoriales
invertibles de rendimiento total y del S&P BMV/IPC



Fuente: elaboración propia en Python.

Figura 2
Rendimientos de los principales índices sectoriales
invertibles de rendimiento total y del S&P BMV/IPC

En la figura 1, se observa una tendencia a la alza en la evolución de los índices a largo plazo, mientras que en la figura 2; se muestran clusters de volatilidad más pronunciados en tiempos de crisis. Para el ajuste de la volatilidad con GARCH, es importante asegurar que las series sean estacionarias. Para ello, la tabla 1 muestra la prueba de raíz unitaria realizada a las series de tiempo de los rendimientos mostrados en la figura 2.

Tabla 1

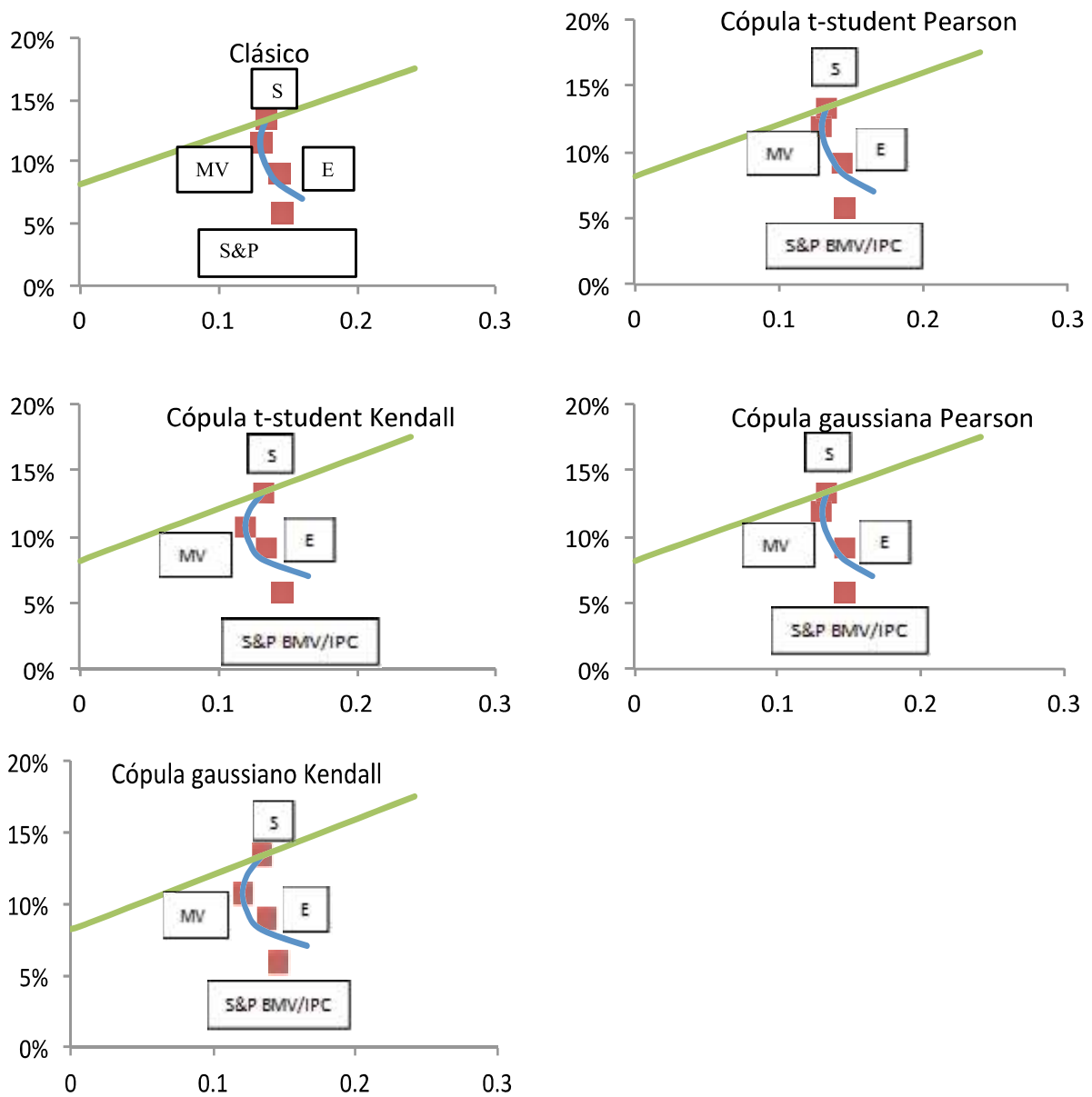
Prueba de raíz unitaria Dickey-Fuller (primera diferencia) a los rendimientos de los índices sectoriales invertibles de rendimiento total (materiales, industrial, financiero y consumo) y al S&P BMV/IPC

Índices	<i>P-value</i>
Materiales	0
Industrial	0
Financiero	0
Consumo	0
S&P BMV/IPC	0

Fuente: elaboración propia en Python.

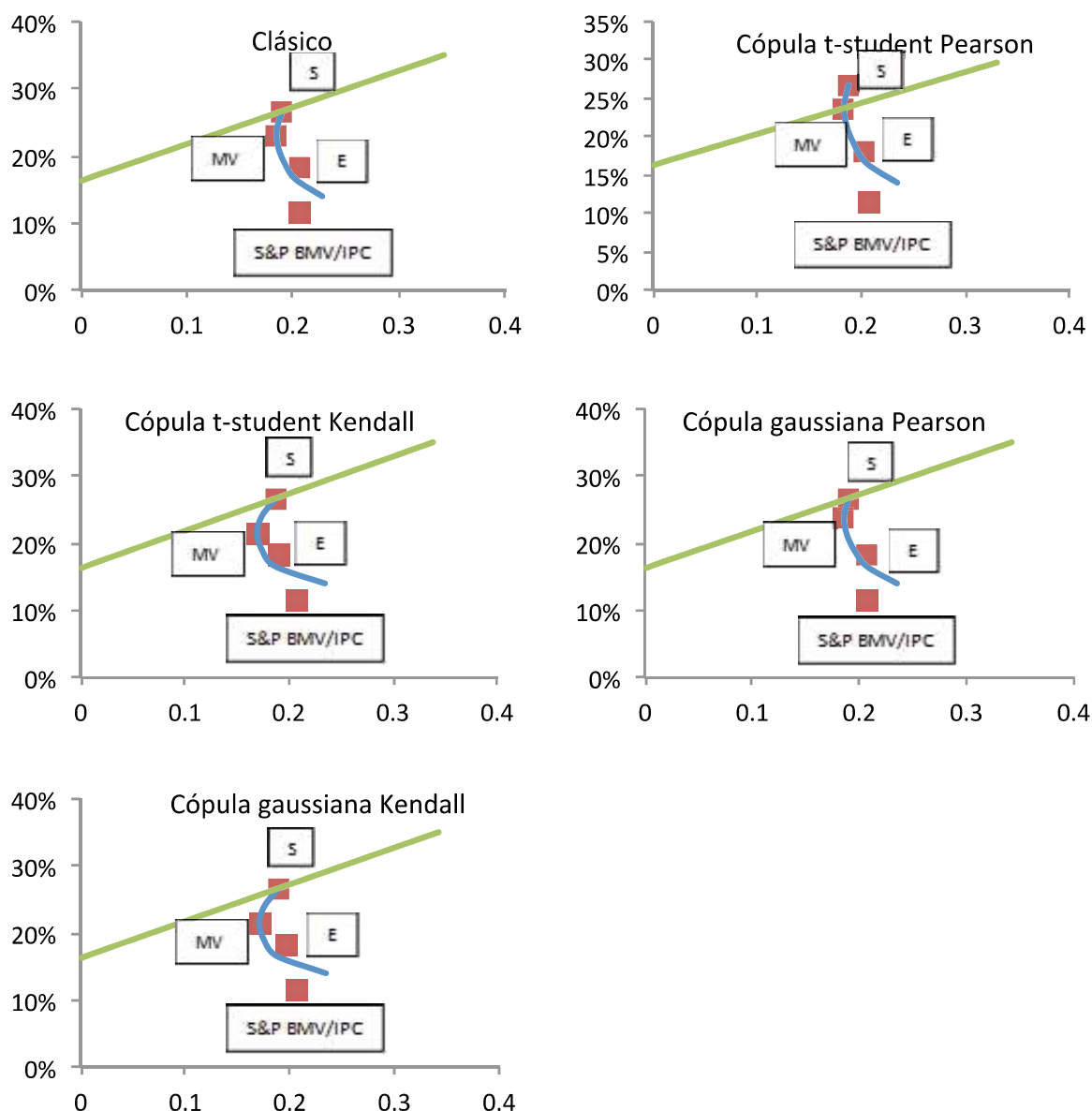
La tabla 1, muestra que las series de tiempo analizadas son estacionarias en primera diferencia, dado que todos los p -values son cero, por lo anterior es posible modelar la volatilidad de las series con GARCH. Continuando con el análisis se obtienen las matrices de varianzas y covarianzas, para las carteras a uno y dos años analizadas con coeficiente de correlación de Pearson y de Kendall, mostradas en el apéndice de esta investigación, al igual que los valores obtenidos de los umbrales mediante el VaR a los niveles de confianza de 95%, 99% y 99.9%.

Los gráficos del S&P BMV/IPC y de las carteras equiponderadas, de mínima varianza y de máximo Sharpe ratio, intertemporalmente a un año y dos años se muestran en la figura 3 y en la figura 4 respectivamente.



Fuente: elaboración propia en Excel.

Figura 3
Carteras a un año con correlación de Pearson y Kendall,
y benchmark S&P BMV/IPC



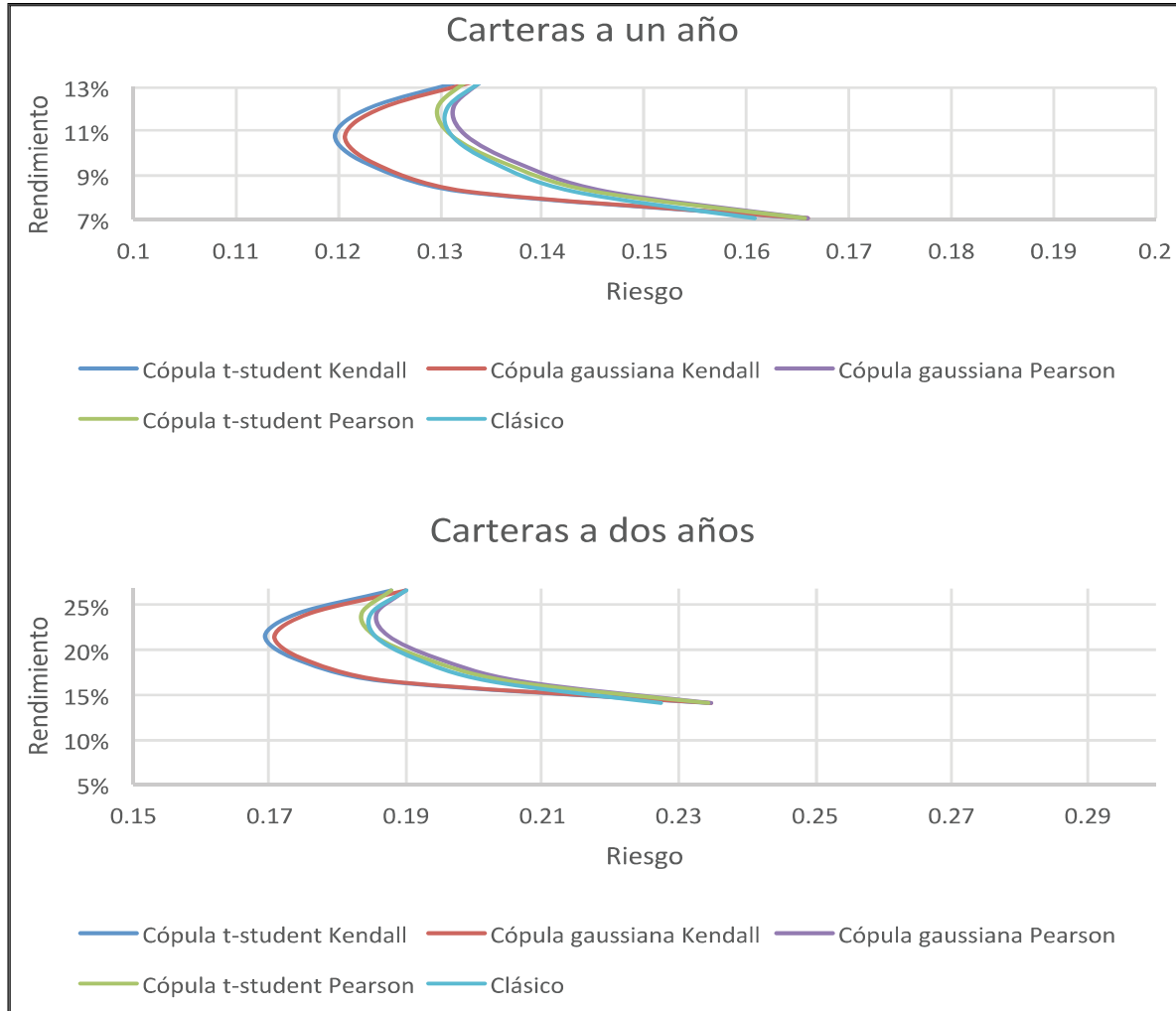
Fuente: elaboración propia en Excel.

Figura 4
Carteras a dos años con correlación de Pearson y Kendall,
y benchmark S&P BMV/IPC

En la figura 3 y figura 4, se muestra que siempre el rendimiento que se espera obtener del S&P BMV/IPC es menor que todos los rendimientos esperados (eje vertical) de las carteras: mínima varianza (MV), máximo Sharpe ratio (S) y equiponderada (E), pues el S&P BMV/IPC, se observa siempre por debajo de la parábola; además se observa que tiene un riesgo (eje horizontal) similar al de la cartera equiponderada cuando se considera una correlación lineal de Pearson, mientras que cuando se usa la de Kendall, siempre el riesgo derivado de la cartera

equiponderada es menor a la del S&P BMV/IPC, de igual forma al comparar directamente el principal índice del mercado mexicano con las carteras de mínima varianza y de máximo Sharpe ratio, se observa que los riesgos también son menores, pero se resalta que los rendimientos esperados son superiores incluso a los de la cartera equiponderada.

Para una mejor apreciación gráfica del comparativo entre el modelo clásico y los modelos que consideran cópulas elípticas con correlación de Pearson y Kendall se ilustra la figura 5.



Fuente: elaboración propia en Excel.

Figura 5

Fronteras de carteras a uno y dos años conformadas por los índices sectoriales invertibles de rendimiento total (materiales, industrial, financiero y consumo)

En la figura 5, se muestran las diferentes fronteras en forma de parábola que tienen las carteras construidas. Para ambas temporalidades analizadas (uno y dos años), se observa que las carteras con coeficiente de correlación lineal de

Pearson se asocian a una mayor cantidad de riesgo, mientras que las generadas a través de la medida de dependencia de Kendall son menos riesgosas. El comportamiento real en los precios de cierre de cada componente de las carteras obtenidas se muestra en la tabla 2.

En la tabla 2, se aprecia el comportamiento anual de los precios de cierre de los índices sectoriales invertibles de rendimiento total: Materiales, Industrial, Financiero y Consumo. Para el primer año se observan disminuciones moderadas, mientras que para el segundo año se muestran aumentos significativos. Por lo que las menores pérdidas o mejores rendimientos obtenidos para cada variante de cartera se pueden observar en la tabla 3.

Tabla 2
Precios de cierre de los índices sectoriales invertibles de rendimiento total
(materiales, industrial, financiero y consumo)

Fechas	Materiales	Industrial	Financiero	Consumo
08/07/2019	380.73	162.05	204.02	403.78
08/07/2020	374.12	134.87	151.08	398.43
08/07/2021	669.98	198.74	215.72	460.82

Fuente: elaboración propia.

Tabla 3
Menores pérdidas o máximas ganancias reales de cada variante de cartera
compuesta por los índices sectoriales invertibles de rendimiento total
(materiales, industrial, financiero y consumo)

Fechas	Clásico	Cópula t-student Pearson	Cópula gaussiana Pearson	Cópula gaussiana Kendall	Cópula t-student Kendall
08/07/2020	-0.0133	-0.0133	-0.0133	-0.0133	-0.0133
08/07/2021	0.3680	0.3680	0.3680	0.3680	0.3680

Fuente: elaboración propia.

En la tabla 3, se observa que la menor pérdida real por cada peso invertido considerando distintas variantes de carteras con periodicidad anual fue de poco más de un centavo, considerando la optimización del máximo Sharpe ratio, en todos los casos el modelo óptimo determina una inversión total en el índice Consumo, por otro lado al incrementar la periodicidad de la inversión de forma bianual, las máximas ganancias reales se obtienen en todos los casos por la cartera

equiponderada, es decir considerando un porcentaje de inversión del 25% en cada índice seleccionado en la diversificación, lo cual representa que por cada peso invertido se obtiene una ganancia de poco más de treinta y seis centavos.

Respecto a los resultados obtenidos mediante el análisis de carteras de mínima varianza, se muestra un breve resumen en la tabla 4.

Tabla 4

Diferencias entre los rendimientos esperados y reales de cada cartera de mínima varianza compuesta por los índices sectoriales invertibles de rendimiento total (Materiales, Industrial, Financiero y Consumo)

Tipo de cartera	Clásico	Cópula <i>t-student</i> Pearson	Cópula gaussiana Pearson	Cópula gaussiana Kendall	Cópula <i>t-student</i> Kendall
Rendimiento real anual de la cartera	-0.0535	-0.0502	-0.0472	-0.0560	-0.0549
Rendimiento esperado anual de la cartera	0.1157	0.1187	0.1183	0.1073	0.1077
Diferencia	0.1692	0.1690	0.1656	0.1634	0.1627
Rendimiento real bianual de la cartera	0.2319	0.2197	0.2217	0.2816	0.2799
Rendimiento esperado bianual de la cartera	0.2314	0.2374	0.2366	0.2146	0.2155
Diferencia	0.0004	0.0176	0.0148	0.0670	0.0643

Fuente: elaboración propia.

En la tabla 4, se muestran las diferencias en valores absolutos de los rendimientos esperados de las carteras determinadas por la optimización de mínima varianza respecto a los rendimientos reales al considerar las ponderaciones óptimas del modelo; en la inversión anual se tuvo la menor diferencia con la cópula *t-student* Kendall, mientras que para la inversión bianual el mejor ajuste entre el rendimiento esperado y el real está determinado por el modelo clásico de Markowitz sin adecuación, sin embargo, es importante resaltar que los mayores rendimientos bianuales son obtenidos por los modelos cópula gaussiana Kendall y cópula *t-student* Kendall. Las ponderaciones obtenidas en el proceso de optimización para los mejores ajustes para los rendimientos esperados anuales y bianuales respecto a los reales, se pueden visualizar en la tabla 5 y en la tabla 6, respectivamente.

Tabla 5

Ponderaciones de inversión en la cartera de mínima varianza con sustento
Cópula t-student Kendall compuesta por los índices sectoriales invertibles de
rendimiento total (Materiales, Industrial y Consumo) con periodicidad anual

Índice	Ponderación	Rendimiento esperado anual	Beta
Materiales	0.1743	0.0728	0.9446
Industrial	0.2402	0.0701	0.8684
Financiero	0	0.0855	0.8895
Consumo	0.5853	0.1336	0.7467
Suma	1	Beta del portafolio	0.8105

Fuente: elaboración propia.

En la tabla 5, se aprecian las ponderaciones obtenidas por el modelo clásico de Markowitz con adecuación Cópula *t-student* Kendall, se observa que el modelo descarta la inversión en el índice financiero y considera casi un 60% de inversión en el índice consumo, el cual tiene el mayor rendimiento esperado anual, respecto a los otros índices.

Tabla 6

Ponderaciones de inversión en la cartera de mínima varianza del modelo
clásico de Markowitz sin adecuación, compuesta por los índices
sectoriales invertibles de rendimiento total (Materiales,
Industrial Financiero, y Consumo) con periodicidad bianual

Índice	Ponderación	Rendimiento esperado bianual	Beta
Materiales	0.0835	0.1456	0.9446
Industrial	0.1763	0.1402	0.8684
Financiero	0.0340	0.1711	0.8895
Consumo	0.7059	0.2672	0.7467
Suma	1	Beta del portafolio	0.8105

Fuente: elaboración propia.

En la tabla 6, se aprecian las ponderaciones obtenidas por el modelo clásico de Markowitz sin adecuación, se observa que el modelo considera todos los índices sectoriales invertibles de rendimiento total analizados en esta investigación, destacando el sector consumo con una ponderación mayor del 70%, el cual tiene el mayor rendimiento esperado bianual, respecto a los otros índices.

4. Conclusión y discusión

En esta investigación considerando el periodo 2009-2018 como histórico diario en los precios de cierre de los principales índices sectoriales invertibles de rendimiento total, se ha observado que a pesar de que existan periodos de crisis con altos clusters de volatilidad como la subprime y más reciente aún la pandemia ocasionada por el SARS-CoV-2, los índices siempre en el largo plazo tienden a la alza, por lo que en este estudio se realizó un análisis intertemporal de inversiones a través de la diversificación de carteras (equiponderada, mínima varianza, y Sharpe ratio, observando que siempre el rendimiento esperado del S&P BMV/IPC es menor que los rendimientos esperados de las carteras en cualquier modelo empleado (Clásico, Cópula gaussiana Pearson, Cópula gaussiana Kendall, Cópula *t*-student Pearson, Cópula *t*-student Kendall, también se observa que el S&P BMV/IPC, tiene un riesgo similar a la cartera equiponderada cuando se considera una correlación lineal de Pearson, sin embargo, cuando se considera la correlación de Kendall, siempre el riesgo derivado de la cartera equiponderada es menor a la del S&P BMV/IPC; lo mismo ocurre con las carteras de mínima varianza y máximo Sharpe ratio. Adicionalmente, al comparar las fronteras de las carteras construidas a temporalidades de uno y dos años, se observa que las de correlación Pearson resultan ser más riesgosas que las de Kendall. Por lo anterior tanto el objetivo como la hipótesis de la investigación se cumplen.

Los precios de cierre de los índices sectoriales invertibles de rendimiento total: Materiales, Industrial, Financiero y Consumo, disminuyeron en el primer año, donde los mejores resultados se obtuvieron a través de la cartera de Sharpe ratio la cual muestra una pérdida poco mayor de un centavo para una inversión de un peso, lo cual es significativo, pues se sabe que durante el primer año de la pandemia las pérdidas fueron mayores en muchos sectores, especialmente en el mes de marzo de 2020, pero en el segundo año aumentaron significativamente dichos precios de cierre, obteniendo las mejores ganancias a través de la cartera equiponderada, la cual mostró una ganancia mayor a treinta y seis centavos por cada peso invertido. Se observa que el impacto de la pandemia para el segundo año fue reducido notablemente, probablemente ayudado por el esquema de vacunación.

Respecto a la optimización de mínima varianza comparada con los rendimientos reales al considerar las ponderaciones óptimas del modelo; cuando la temporalidad fue anual se obtuvo el mejor ajuste con la cópula *t*-student Kendall, mientras que cuando la temporalidad se extendió de forma bianual el mejor ajuste resultó ser el modelo clásico de Markowitz, pero, los mayores rendimientos bianuales se obtuvieron con los modelos cópula gaussiana Kendall y cópula *t*-student Kendall. Los cuales consideran volatilidades no constantes a lo largo del tiempo a través de la adecuación GARCH. La ventaja de utilizar cópulas elípticas con GARCH, particularmente para la distribución *t*-student es la

leptocurtosis, la cual ayuda a capturar de mejor forma los clusters de volatilidad particularmente en periodos de crisis. Lo anterior es consistente con las investigaciones de Lin *et al.* (2019) y Gong *et al.* (2019).

Es importante tener alternativas de inversión de los recursos financieros de los pensionados y más en tiempos de crisis, pues las pérdidas trimestrales que se han registrado por la CONSAR han sido significativas, sobre todo en los primeros meses de la pandemia, siendo el mes de marzo de 2020 el de mayor impacto, para hacer frente a esas pérdidas potenciales, existen alternativas propuestas como la mostrada por Olivares *et al.* (2021), a través de productos financieros estructurados en los principales índices sectoriales invertibles de rendimiento total. Este trabajo de igual forma muestra una alternativa de mejora en los rendimientos de los futuros pensionados mexicanos a través de la diversificación de largo plazo en dichos índices, observando que la pérdida en la inversión en un año no es significativa dado que se tuvo en la etapa de mayor impacto de la pandemia, de hecho ninguna pérdida obtenida en todas las carteras analizadas excedieron el VaR a diferentes niveles de confianza, por lo contrario se mostraron muy por debajo, y por otro lado se observa que al aumentar el periodo de inversión a dos años los rendimientos crecen significativamente, lo cual vislumbra que si la diversificación en los índices estudiados fuera en mayor temporalidad los rendimientos muy probablemente también crecerían en gran medida dado que la tendencia de los índices es a la alza en el largo plazo. También es importante decir que las betas de los activos analizados siempre fueron menores a uno, por lo cual son índices de poca volatilidad, conjuntando estas dos características podemos concluir que el esquema de inversión propuesto sería ideal para los trabajadores jóvenes que deben de preocuparse por su vejez desde edades tempranas y así poder disfrutar de una pensión digna y de calidad cuando lleguen a la edad de retiro.

Referencias

- Alqaralleh, H.; D. Awadallah y N. Al-Ma'aitah (2019). Dynamic asymmetric financial connectedness under tail dependence and rendered time variance: Selected evidence from emerging MENA stock markets. *Borsa Istanbul Review*, vol. 19, No. 4, pp. 323-330. <https://doi.org/10.1016/j.bir.2019.06.001>.
- Badaye, H., y J. Narsoo (2020). Forecasting multivariate VaR and ES using MC-GARCH-Copula model. *Journal of Risk Finance*. DOI: 10.1108/JRF-06-2019-0114.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31(3), pp. 307-327. [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(86\)90063-1](https://doi.org/10.1016/0304-4076(86)90063-1)
- Chang, K.; C. Zhang, y H. Wang (2020). Asymmetric Dependency Structures Between Emission Rights and Energy Markets: New Evidence from China's Emissions Trading Scheme Pilots. *Environmental Sciences and Pollution Research*, vol. 27, No. 17, pp. 21140-21158. <https://doi.org/10.4272/978-84-9745-224-3.ch6>.
- Chen, Y., y F. Qu (2019). Leverage effect and dynamics correlation between international crude oil and China's precious metals, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 5, No. 34. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2019.122319>.
- Denkowska, A., y S. Wanat (2020). A Tail Dependence-Based MST and Their Topological Indicators in Modeling Systemic Risk in the European Insurance Sector. *Risks*, vol. 8, No. 2. <https://doi.org/10.3390/risks8020039>.
- Engle, R. (1982). Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation, *Econometrica*, 50(4), pp. 987-1008. <https://doi.org/10.2307/1912773>.
- Engle, R. F.; D. M. Lilien y R. P. Robins (1987). Estimating Time Varying Risk Premium in the Term Structure: The Arch-M Model, *Econometrica*, 55(2), pp. 391-407. <https://doi.org/10.2307/1913242>.
- Gong, X.; X. Liu, y X. Xiong (2019). Measuring tail risk with GAS time varying copula, fat tailed GARCH model and hedging for crude oil futures. *Pacific-Basin Finance Journal*, vol. 55, pp. 95-109. DOI: 10.1016/j.pacfin.2019.03.010.
- Hamma, W.; B. Salhi; A. Ghorbel; A. jarboul (2019). Conditional dependence structure between oil prices and international stock markets: Implication for portfolio management and hedging effectiveness. *International Journal of Energy Sector Management*, vol. 14, No. 2, pp. 439-467. DOI:10.1108/IJESM-04-2019-0010.
- Handini, J.; D. Maruddani y D. Safitri (2019). Frank copula on value at risk (VaR) of the construction of bivariate portfolio (Case Study: stocks of companies awarded with the IDX top ten blue with stock period of 20 october 2014 to 28 february 2018). *Journal of Physics Conference Series*, vol. 1217, No. 1. DOI:10.1088/1742-6596/1217/1/012078.
- Happersberger, D.; H. Lohre y I. Nolte (2020). Estimating portfolio risk for tail risk protection strategies. *European Financial Management*, vol. 26, No. 4, pp. 439-467. <https://doi.org/10.1111/eufm.12256>.

- Joseph, N., Vo, T., A. Mobarek, y S. Mollah (2020). Volatility and asymmetric dependence in Central and East European stock markets. *Review of Quantitative Finance and Accounting*. <https://doi.org/10.1007/s11156-020-00874-0>.
- Li, L.; S. Miao; Q. Tu; S. Duan; Li, Y., y J. Han (2020). Dynamic dependence modelling of wind power uncertainty considering heteroscedastic effect. *International Journal of Electrical Power and Power Systems*, vol. 11, No. 6. DOI: 10.1016/j.ijepes.2019.105556.
- Li, R., Hu, Z., Li, S., y Yu, K. (2019). Dynamic dependency structures between Chinese stock market returns and RMB exchange rates. *Emerging Markets Finance and Trade*, vol. 55, num. 15, pp. 3553-3574. <https://doi.org/10.1080/1540496X.2019.1624522>.
- Liao, R.; P. Boonyakunakorn; J. Liu y S. Sriboonchitta (2019). Modeling of Dependency Structures of Crude Oil Prices and Stock Markets of Developed and Developing Countries: A C-vine Copula Approach. *Journal of Physics: Lecture Series*, vol. 1324, No. 1.
- Lin, S.; R. Chen; Z. Lv; T. Zhou y C. Jin (2019). Integrated measurement of liquidity risk and market risk of company bonds based on the optimal Copula model. *North American Journal of Economics and Finance*, vol. 50, No.1. DOI: 10.1016/j.najef.2019.101004.
- Lintner, J. (1966). The Valuation of risky Assets: The Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. *Review of Economics and Statistics*, pp. 13-17. <https://doi.org/10.2307/1924119>.
- Louhichi, W., y H. Rais (2019). Refinement of the hedging ratio using copula-GARCH models. *Journal of Asset Management*, vol. 20, No. 2, pp. 403-411. DOI: 10.1057/s41260-019-00133-5.
- Markowitz, Harry M. (1952). Portfolio Selection. *Journal of Finance*, vol. 7, pp. 77-91. <https://doi.org/10.2307/2975974>.
- Mossin, J. (1966). Equilibrium in a Capital Asset Market. *Econometrica*, vol. 34, pp.768-783. <https://doi.org/10.2307/1910098>.
- Olivares, H. A.; C. Bucio; G. A. Agudelo; L. C. Franco y L. E. Franco (2017). Valor en Riesgo: Un análisis del modelo de cópulas elípticas para el sector de vivienda en México. *Espacios*, vol. 38, No. 31, 27-52.
- Olivares, H. A.; A. Medina y O. Apáez (2021). Legal framework of Mexican pensions: Empirical analysis through structured financial products in the period 2018-2019. *Papeles de Población*, vol. 26, No. 105, 183-217. DOI: <http://dx.doi.org/10.22185/24487147.2020.105.26>.
- Sharpe, W. F. (1963). A Simplified Model for Portfolio Analysis. *Management Science*, vol. 9, pp. 277-293. <http://dx.doi.org/10.1287/mnsc.9.2.277>.
- Sklar, A. (1959). Fonctions de Répartition à n Dimensions et Leurs Marges. *Publications de l'Institut Statistique de l'Université de Paris*, vol. 8, pp. 229-231.
- Song, Q.; J. Liu, y S. Sriboonchitta (2019). Risk measurement of global stock markets: a factor copula-based GJR-GARCH approach. *Journal of Physics Conference Series*, vol. 1324, No. 1. DOI: 10.1088/1742-6596/1324/1/012098.
- Sun, X.; C. Liu; J. Wang, y J. Li (2020). Assessing the extreme risk spillovers of international commodities on maritime markets: A GARCH-Copula-CoVaR approach, *International Review of Financial Analysis*, vol. 68, No. 1. DOI: 10.1016/j.irfa.2020.101453.

- Tobin, J. (1958). Liquidity Preference as Behavior Towards Risk. *Management Science*, vol. 6, pp. 65-86. <https://doi.org/10.2307/2296205>.
- Treynor, J. I. (1962) Toward a Theory of the Market Value of Risky Assets. Unpublished Manuscript. Finally published in 1989 en *Asset Pricing and Portfolio Performance*. R. A. Korajkzic. Londres: Risk Books. pp. 15-22.
- Xu, Y., y D. Lien (2020). Optimal futures hedging for energy commodities: An application of the GAS model. *Journal of Futures Markets*. DOI:10.1002/fut.22118.
- Zhu, Q., y R. Tansuchat (2020). The extreme risk spillovers between the US and China's agricultural commodity futures markets. *Journal of Physics Conference Series*, vol. 1324, No. 1.

Apéndice

Tabla 7

Matriz de varianzas y covarianzas de los rendimientos de índices sectoriales invertibles de rendimiento total (materiales, industrial, financiero y consumo) con periodicidad anual mediante el modelo clásico

Matriz de varianzas y covarianzas	Materiales	Industrial	Financiero	Consumo
Materiales	0.0311	0.0192	0.0195	0.0146
Industrial	0.0192	0.0258	0.0183	0.0144
Financiero	0.0195	0.0183	0.0600	0.0142
Consumo	0.0146	0.0144	0.0142	0.0180

Fuente: elaboración propia en Excel.

Tabla 8

Matriz de varianzas y covarianzas de los rendimientos de índices sectoriales invertibles de rendimiento total (materiales, industrial, financiero y consumo) con periodicidad anual mediante el modelo de cópula *t-student* Pearson

Matriz de varianzas y covarianzas	Materiales	Industrial	Financiero	Consumo
Materiales	0.0317	0.0200	0.0187	0.0146
Industrial	0.0200	0.0274	0.0180	0.0147
Financiero	0.0187	0.0180	0.0545	0.0134
Consumo	0.0146	0.0147	0.0134	0.0176

Fuente: elaboración propia en Excel.

Tabla 9

Matriz de varianzas y covarianzas de los rendimientos de índices sectoriales invertibles
de rendimiento total (materiales, industrial, financiero y consumo)
con periodicidad anual mediante el modelo de cópula *t-student* Kendall

Matriz de varianzas y covarianzas	Materiales	Industrial	Financiero	Consumo
Materiales	0.0317	0.0124	0.0180	0.0099
Industrial	0.0124	0.0274	0.0176	0.0094
Financiero	0.0180	0.0176	0.0545	0.0128
Consumo	0.0099	0.0094	0.0128	0.0176

Fuente: elaboración propia en Excel.

Tabla 10

Matriz de Varianzas y Covarianzas de los Rendimientos de índices sectoriales
invertibles de rendimiento total (Materiales, Industrial, Financiero y Consumo)
con periodicidad anual mediante el modelo de cópula gaussiana Pearson

Matriz de varianzas y covarianzas	Materiales	Industrial	Financiero	Consumo
Materiales	0.0322	0.0201	0.0200	0.0148
Industrial	0.0201	0.0275	0.0190	0.0149
Financiero	0.0200	0.0190	0.0608	0.0143
Consumo	0.0148	0.0149	0.0143	0.0180

Fuente: elaboración propia en Excel.

Tabla 11

Matriz de Varianzas y Covarianzas de los Rendimientos de índices sectoriales
invertibles de rendimiento total (Materiales, Industrial, Financiero y Consumo)
con periodicidad anual mediante el modelo de cópula gaussiana Kendall

Matriz de varianzas y covarianzas	Materiales	Industrial	Financiero	Consumo
Materiales	0.0322	0.0125	0.0192	0.0100
Industrial	0.0125	0.0275	0.0186	0.0096
Financiero	0.0192	0.0186	0.0608	0.0137
Consumo	0.0100	0.0096	0.0137	0.0180

Fuente: elaboración propia en Excel.

Tabla 12

Matriz de varianzas y covarianzas de los rendimientos de índices sectoriales invertibles de rendimiento total (materiales, industrial, financiero y consumo) con periodicidad bianual mediante el modelo clásico

Matriz de varianzas y covarianzas	Materiales	Industrial	Financiero	Consumo
Materiales	0.0623	0.0384	0.0391	0.0293
Industrial	0.0384	0.0516	0.0367	0.0289
Financiero	0.0391	0.0367	0.1201	0.0285
Consumo	0.0293	0.0289	0.0285	0.0361

Fuente: elaboración propia en Excel.

Tabla 13

Matriz de varianzas y covarianzas de los rendimientos de índices sectoriales invertibles de rendimiento total (materiales, industrial, financiero y consumo) con periodicidad bianual mediante el modelo de cópula *t-student* Pearson

Matriz de varianzas y covarianzas	Materiales	Industrial	Financiero	Consumo
Materiales	0.0635	0.0400	0.0375	0.0292
Industrial	0.0400	0.0549	0.0360	0.0295
Financiero	0.0375	0.0360	0.1091	0.0269
Consumo	0.0292	0.0295	0.0269	0.0352

Fuente: elaboración propia en Excel.

Tabla 14

Matriz de Varianzas y Covarianzas de los Rendimientos de índices sectoriales invertibles de rendimiento total (Materiales, Industrial, Financiero y Consumo) con periodicidad bianual mediante el modelo de cópula *t-student* Kendall

Matriz de varianzas y covarianzas	Materiales	Industrial	Financiero	Consumo
Materiales	0.0635	0.0249	0.0361	0.0198
Industrial	0.0249	0.0549	0.0352	0.0189
Financiero	0.0361	0.0352	0.1091	0.0257
Consumo	0.0198	0.0189	0.0257	0.0352

Fuente: elaboración propia en Excel.

Tabla 15

Matriz de Varianzas y Covarianzas de los Rendimientos de índices sectoriales invertibles de rendimiento total (Materiales, Industrial, Financiero y Consumo) con periodicidad bianual mediante el modelo de cópula gaussiano Pearson

Matriz de varianzas y covarianzas	Materiales	Industrial	Financiero	Consumo
Materiales	0.0644	0.0403	0.0400	0.0297
Industrial	0.0403	0.0551	0.0381	0.0298
Financiero	0.0400	0.0381	0.1216	0.0287
Consumo	0.0297	0.0298	0.0287	0.0360

Fuente: elaboración propia en Excel.

Tabla 16

Matriz de Varianzas y Covarianzas de los Rendimientos de índices sectoriales invertibles de rendimiento total (Materiales, Industrial, Financiero y Consumo) con periodicidad bianual mediante el modelo de cópula gaussiano Kendall

Matriz de varianzas y covarianzas	Materiales	Industrial	Financiero	Consumo
Materiales	0.0644	0.0251	0.0385	0.0201
Industrial	0.0251	0.0551	0.0372	0.0192
Financiero	0.0385	0.0372	0.1216	0.0274
Consumo	0.0201	0.0192	0.0274	0.0360

Fuente: elaboración propia en Excel.

Tabla 17

Valores en Riesgo a diferentes niveles de confianza para las carteras: equiponderada, mínima varianza y Sharpe ratio de los índices sectoriales invertibles de rendimiento total (Materiales, Industrial, Financiero y Consumo) con periodicidad anual

Nivel de confianza	VaR de la cartera equiponderada	VaR de la cartera de mínima varianza	VaR de la cartera de máximo Sharpe ratio
0.9500	-0.2223	-0.1969	-0.2184
0.9900	-0.3144	-0.2785	-0.3089
0.99500	-0.3482	-0.3084	-0.3421

Fuente: elaboración propia en Excel.

Tabla 18

Valores en Riesgo a diferentes niveles de confianza para las carteras: equiponderada, mínima varianza y Sharpe ratio de los índices sectoriales invertibles de rendimiento total (Materiales, Industrial, Financiero y Consumo) con periodicidad bianual

Nivel de confianza	VaR de la cartera equiponderado	VaR de la cartera de mínima varianza	VaR de la cartera de máximo Sharpe ratio
0.9500	-0.3372	-0.3034	-0.3125
0.9900	-0.4770	-0.4291	-0.4420
0.99500	-0.5281	-0.4751	-0.4895

Fuente: elaboración propia en Excel.